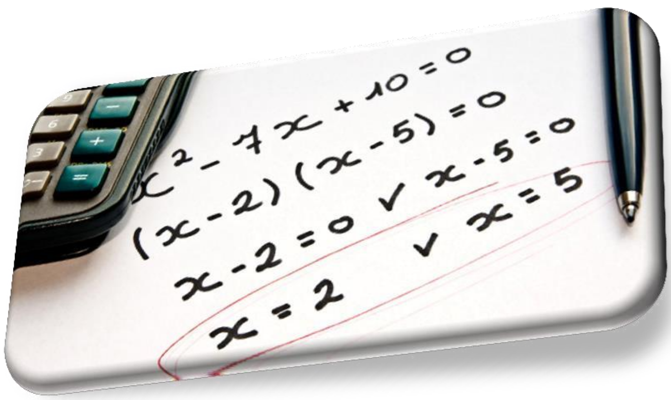
# Seimineár an Tionscadal Mata




Réasúnaíocht Ailgéabrach : Fadhbanna agus Réitigh

Ainm: ______________________

Scoil : ______________________

Tionscadal Mata

Project Maths

Foireann Forbartha

## *1.01 Triail Inniúlachta Mhatamaitice- Réamhra*

Sampla amháin de Thriail Inniúlachta Mhatamaitice is ea an triail thíos atá le húsáid i scoileanna iar-bhunoideachais chun léargas a fháil ar réasúnú ailgéabrach scoláirí sa Dara Bliain. Samhlaítear go gcuirfear an triail inniúlachta seo ar scoláirí ag tús na bliana. Beidh tionchar ag an anailís a dhéanfar ar thorthaí na trialach seo ar phleanáil na n-idirghabhálacha agus na mbeart a bheidh le feidhmiú chun tabhairt faoi aon fhadhbanna a shainaithneofar agus chun tógáil ar láidreachtaí follasacha. Níor mhór don anailís, dá bhrí sin, méar a dhíriú ar na hachair sin den siollabas ar ghá bheith san airdeall maidir leo ach go háirithe sa Dara Bliain. Chun tacú le hobair na scoileanna ina leith seo, ag na seimineáir a eagrófar ag Foireann Forbartha an Tionscadal Mata sa scoilbhliain 2014 – 2015, pléifear an cur chuige atá le feidhmiú agus an triail á húsáid agus á hanailísiú, agus conas is féidir réasúnaíocht ailgéabrach na scoláirí a fhorbairt .

Cé go gcuirtear freagraí cearta ar gach fadhb ar fáil, is tábhachtaí fós go ndéanfaí anailís ar na freagraí míchearta ionas go sainaithneofaí earráidí coitianta. Ba chumas dó seo léargas luachmhar a thabhairt do mhúinteoirí ar 'smaoineamh scoláirí' agus deiseanna a chruthú chun míthuiscintí ina réasúnaíocht ailgéabrach a phlé agus a cheartú. Tá sé tábhachtach go dtuigfí nach bhfuil aon dualgas ar mhúinteoirí an triail seo a chur. Ní triail chaighdeánaithe í agus ní sholáthraíonn sí torthaí is féidir a chur i gcomparáid le torthaí náisiúnta. Is treoir do mhúinteoirí í, lena chur ar a gcumas idir laigí agus láidreachtaí i réasúnaíocht ailgéabrach a scoláirí a shainaithint.

**Ainm:** **Rang:** **Dáta:**

- I gcás na gceisteanna ilroghnacha, léirigh do fhreagra trí chiorcal a chur thart ar an litir a roghnaíonn tú.
- Ná roghnaigh ach freagra **amháin** do gach ceist.
- Má dhéanann tú botún agus más mian leat do fhreagra a athrú, cuir lúibíní [ ] thart ar an bhfheagra mícheart, le do thoil, agus cuir ciorcal thart ar do fhreagra athbhreithnithe.
- Ní cheadaítear úsáid a bhaint as áireamháin.
- Taispeáin **DO CHUID OIBRE IOMLÁN** i gcás gach ceiste sa spás a chuirtear ar fáil chuige sin.

**Ceist 1.** Comhlánaigh na habairtí comhionannais a leanas, ag baint úsáide as **slánuimhreacha**.

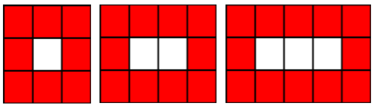
(i) $17 + 3 = \square + 4$

(ii) $17 + 3 = \square + \square + 4$

(iii) $17 + 3 = \square + \square + 26$

**Taispeáin do chuid oibre anseo**

**Ceist 2.** Léirítear an chéad trí chéim de phatrún thíos. Is é atá I ngach céim ná líon áirithe de thíleanna bána agus líon áirithe de thíleanna scáthaithe.



(i) Tarraing an chéad chéim eile den phatrún

(i) I gcéim áirithe den phatrún tá 20 tíl scáthaithe. Cá mhéad tíl bhán atá sa chéim seo den phatrún?

(ii) Sa phatrún seo, an féidir go mbeadh 85 tíl scáthaithe ar an taobh seachtrach? Tabhair miniú ar do réasúnú.

(iii) Bain úsáid as focail nó siombailí agus scríobh síos an gaol idir líon na dtíleanna bána agus líon na dtíleanna scáthaithe ag céim ar bith sa phatrún seo. Luaigh go soiléir míniú gach siombaile a úsáidtear.

**Ceist 3.** Cé acu díobh seo a bhfuil $2x + 3y + 4x - 2y$ coibhéiseach leis?

(a) $7x$ (b) $6x - y$ (c) $11xy$ (d) $6x + y$

**Taispeáin do chuid oibre anseo**

**Ceist 4.** Cé acu díobh seo a bhfuil $36 - 6 \div 2 + 8$ cothrom leis?

(a) 3 (b) 23 (c) 41 (d) 25

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 5.** Cosnaíonn úlla $a$ cent an ceann. Cosnaíonn bananaí $b$ cent an ceann.

Má cheannaím 3 húll agus 2 bhanana, cad dó a seasann $3a + 2b$?

(a) 3 húll agus 2 bhanana (b) Iomlán na dtorthaí a cheannaím (c) Costas iomlán 3 húll agus 2 bhanana

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 6.** Cé acu díobh seo a bhfuil $3x + 3x$ coibhéiseach leis?

(a) $6x^2$ (b) $9x$ (c) $9x^2$ (d) $6x$

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 7.** Cé acu díobh seo atá coibhéiseach le $2(2x - 5)$ ?

(a) $4x - 5$ (b) $4x - 10$ (c) $14x$ (d) $2x - 10$

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 8.** Cé acu díobh seo atá coibhéiseach le $y = -4x$ ?

(a) $x = \frac{y}{-4}$ (b) $x = \frac{y}{4}$ (c) $x = y + 4$

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 9.** Cé acu díobh seo atá coibhéiseach le $(x + 3)^2$ ?

(a) $x^2 + 3^2$ (b) $x^2 + 6$ (c) $x^2 + 6x + 6$ (d) $x^2 + 6x + 9$ (e) $x^2 + 9$

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 10.** Cé acu díobh seo ar slonn coibhéiseach é le $\frac{5a+20}{5}$ ?

(a) $a + 4$ (b) $a + 20$ (c) $5a + 4$ (d) $a = -4$

**Taispeáin do chuid oibre anseo**

**Ceist 11.** Nuair a shuimítear corruimhir le corruimhir, bíonn an t-iomlán cothrom le? Mínigh cén fáth.

(a) Corruimhir i gcónaí (b) Ré-uimhir i gcónaí

(c) Corruimhir uaireanta (d) Ré-uimhir uaireanta

**Taispeáin do mhíniú anseo**

**Ceist 12.** Cé acu díobh seo atá coibhéiseach le $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$ ?

(a) $\frac{2x}{5}$ (b) $\frac{x^2}{5}$ (c) $\frac{5x}{6}$ (d) $\frac{2x}{6}$

**Taispeáin do chuid oibre anseo**

**Ceist 13.** Cé acu díobh seo atá fíor, do $a$ éagothrom le $b$ agus $a, b \in R$

(a) $a - b = b - a$ (b) $a - b = -a + b$ (c) $a - b = -1(b - a)$

**Taispeáin do chuid oibre anseo**

**Ceist 14.** Díolann Seán carranna. Tuilleann sé tuarastal bunúsach seachtainiúil de €400 agus gheibheann sé coimisiún freisin de €50 do gach carr a dhíolann sé sa tseachtain. Cad é a thuarastal iomlán seachtainiúil má dhíolann sé $x$ carr sa tseachtain?

(a) $400x + 50$ (b) $400 + 50x$ (c) $450x$ (d) $400$

**Taispeáin do chuid oibre anseo**

**Ceist 15.** Cé acu díobh seo atá cothrom le $(x^5)^2$ ?

(a) $x^{25}$ (b) $x^{52}$ (c) $x^7$ (d) $x^{10}$

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 16.** Cé acu díobh seo atá cothrom le $5^0$ ? Mínigh cén fáth.

(a) 1 (b) 0 (c) 5 (d) 50

**<u>Taispeáin do mhíniú anseo</u>**

**Ceist 17.** Tá clár adhmaid 6 mhéadar ar fad. Gearrtar ina dhá chuid é. Tá píosa amháin $x$ méadar ar fad. Cad é fad an phíosa eile?

(a) $(x-6)$ méadar (b) 3 mhéadar (c) Ní thig liom a rá toisc nach eol dom luach $x$. (d) $(6-x)$ méadar

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 18.** Cheannaigh mé peann luaidhe agus marcóir. Chosain an marcóir €1 níos mó ná an peann luaidhe. Chosain an dá earra €1.40 san iomlán. Cad a chosain an peann luaidhe?

(a) €0.40 (b) €1.20 (c) €0.20

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 19.** I gcás na cothromóide $r = 25 + s$, cé acu díobh seo atá fíor, do $s \neq 0$ ?

(a) Tá $r$ níos mó ná $s$ (b) Tá $s$ níos mó ná $r$ (c) $r = 25$ (d) Ní thig liom a rá cé acu is mó.

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Ceist 20.** In ospidéal tá 5 oiread banaltraí le dochtúirí. Má ghlacaimid leis go bhfuil $n$ cothrom le líon na mbanaltraí agus $d$ cothrom le líon na ndochtúirí, cé acu ceann díobh seo atá ceart?

(a) $5n = d$ (b) $\frac{n}{d} = 5$ (c) $\frac{d}{n} = \frac{5}{1}$ (d) $n = 5 + d$

**<u>Taispeáin do chuid oibre anseo</u>**

**Teimpléad Réiteach Fadhbanna: Pleanáil, Breathnóireacht agus Machnamh**

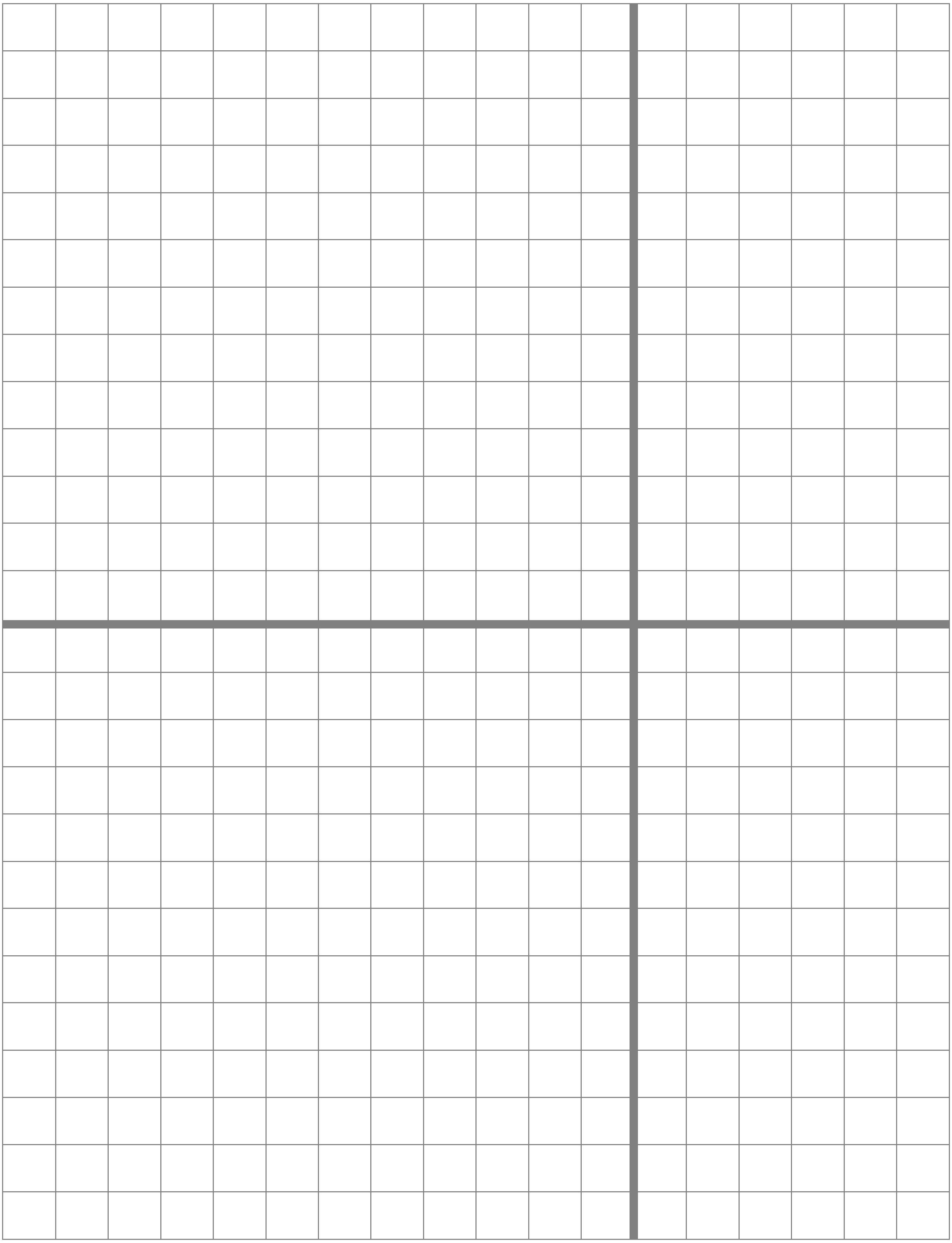
| |
|---|
| 1. Scríobh isteach anseo le do thoil an fhadhb a tugadh do na scoláirí. |
| 2. Cad iad cuspóirí foghlama an cheachta (i.e. mar mhúinteoir, cad iad a bhfuil súil agat lena mbaint amach ón gceacht)?<br><br>Spreagadh ☐<br>Na scoláirí a mhealladh chun a machnamh a mhíniú ☐<br>Naisc a dhéanamh ☐<br>Réamheolas a mheas ☐<br>Coincheap nua a imscrúdú ☐<br>Litearthacht & uimhearthacht a chur chun cinn ☐<br>Eile ☐<br><br>Más 'Eile', tabhair sonraí le do thoil: |
| 3.Cad iad na torthaí foghlama ón siollabas a bhfuil súil agat lena mbaint amach ón gceacht seo (i.e. cad ba chóir a bheith ar chumas do scoláirí a dhéanamh de thoradh an cheachta)? |
| 4. Cén réamheolas atá ag teastáil ó na scoláirí le dul i ngleic leis an bhfadhb seo? |

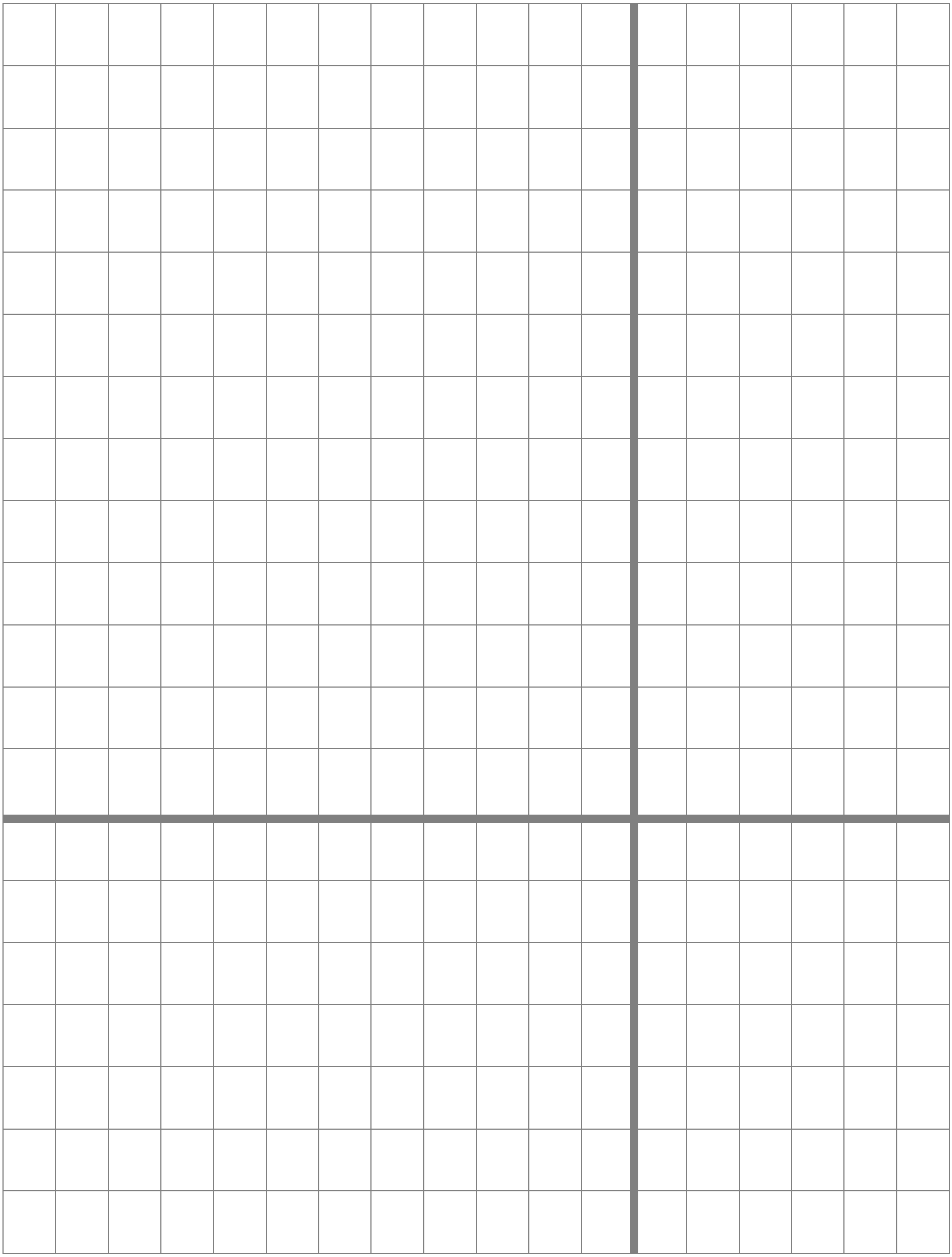
| |
|---|
| 5. Cad iad na straitéisí difriúla ar bhain scoláirí úsáid astu agus iad ag tabhairt faoin bhfadhb (déan samplaí d'obair na scoláirí a iniamh)? |
| 6. Cén ról a bhí agatsa le linn an cheachta? |
| 7. Sainaithin gné éigin den fhadhb/cheacht a d'oibrigh go sásúil. |
| 8. Cad a dhéanfá ar shlí dhifriúil an chéad uair eile? |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Réamhailgéabar →** | **Tuiscint ar Athróga →** | **Ailgéabar →** | **Síneadh** |
| "Chun go mbeadh foghlaim éifeachtach, ní mór machnamh ailgéabrach a chothú céim ar chéim le tuiscint uimhríochtúil"<br>*Lynn Arthur Steen* | **Uimhirtheoiric**<br>Tuiscint dhaingean ar Uimhirtheoiric ó Shnáithe 3.<br>Modheolaíocht Úsáideach: Léirshamhlacha Eagair, T&F ar Shlánuimhreacha, Codáin & Cóimheas | | **Breathnú ar ailgéabar mar "uimhríocht ghinearálaithe".** Comhcheangal sonrach a dhéanamh idir siombailí agus uimhreacha.<br>Bain úsáid as léirshamhlacha agus tíleanna ailgéabair.<br>Líníochtaí (chun míthuiscintí a shárú). | "Ginearálú ar phatrúin in uimhir agus cruth atá sa chuid is mó de phrionsabail an ailgéabair & na céimseatan "<br><br>- **Fachtóiriú**<br>- Roinnt **Foirmlí Imlíne agus Achair** a chumadh, ag baint úsáide as patrúin agus athróga<br>- Fionn **teoirimí** trí phatrúin<br>- Téigh chun cinn ón triantán 'ardú os cionn bonnfhaid' chomh fada le foirmle na fána, agus ansin go dtí an fad idir 2 phointe. **Céimseata Chomhordanáideach** a thuiscint mar phósadh idir céimseata agus ailgéabar.<br>- Fionn **gaolmhaireachtaí cearnacha, ciúbacha agus easpónantúla** trí phatrúin<br>- Iniúch patrúin i **Staitistic**<br>- Fionn **Cóimheasa Triantánachta** trí phatrúin<br>- Imscrúdaigh patrúin an athraithe i **bhFeidhmeanna Peiriadacha agus Triantánachta**<br>- Is féidir rátaí athraithe a bhreathnaítear i bpatrúin a shíneadh ar aghaidh go hathrú ag pointe meandrach i gCalcalas**.**<br>- Patrúin agus siombailí a shíneadh chomh fada le **Seichimh agus Sraitheanna**. |
| | **Patrúin**<br>**'Machnamh Ailgéabrach' a chothú trí theagmháil le patrúin, gaolmhaireachtaí, ginearálú agus réiteach fadhbanna.**<br><br>Machnamh bunaithe ar phatrúin a fhorbairt<br>- patrúin a aithint, a thógáil agus a shíneadh (T&F ar phatrúin)<br>- Táblaí a úsáid chun patrún a léiriú (patrúin le ciúbanna Unifix)<br>- Patrúin a úsáid chun cúinsí fíorshaoil a léiriú<br>- Teanga a fhorbairt chun cur síos go cruinn ar phatrúin, ó bhéal agus i scríbhinn, sula mbaintear úsáid as siombailí.<br>- Patrúin a úsáid chun fadhbanna a réiteach (Fadhb an Taisceadáin)<br><br>Fócas sonrach ar ghaolmhaireachtaí a chuimsíonn dhá athróg<br>- Tuiscint a fhorbairt ar conas a athraíonn cainníocht amháin de thoradh an athraithe ar an gcainníocht eile: $y = mx + c$<br>- Modheolaíochtaí: Fadhb an Bhosca Airgid/Fadhb na Lusanna Gréine – Úsáideann scoláirí táblaí agus grafanna chun gaolmhaireacht a léiriú<br>- Scoláirí a chur ar an eolas maidir le gaolmhaireachtaí líneacha, ráta athraithe tairiseach, athróga a mhéadú/a laghdú, fána = ardú/bonnfhad<br><br>Ginearálú trí shiombailí a úsáid<br>- Simpliú: Litreacha a úsáid chun laghdú ar an teanga a úsáidtear le cur síos ar phatrúin (Is cuma cén litir/siombail a úsáidtear)<br>- Ginearálaíonn scoláirí an patrún, ag baint úsáide as siombailí, agus cumann a gcéad fhoirmle.<br><br>Cumhacht an Mhachnaimh bunaithe ar Phatrúin: Réiteach Fadhbanna<br>- Úsáidtear patrúin agus gaolmhaireachtaí chun Matamaitic agus cúinsí fíorshaoil a léirshamhlú, go háirithe do réiteach fadhbanna.<br>- Úsáidtear siombailí chun riail an phatrúin a bhreathnaítear i gcúinse a ghinearálú. Ansin is féidir an riail sin a úsáid chun an fhadhb a réiteach.<br><br>*Trí phatrúin a dhéanamh ar dtús:*<br>*Féachtar ar an Ailgéabar mar an teanga a úsáidimid le cur síos ar phatrúin agus gaolmhaireachtaí, agus réiteach fadhbanna mar sprioc dheiridh aici.*<br>*Tugtar buntuiscint an-mhaith do scoláirí ar athróg mar chainníocht athraitheach.* | "Soláthraíonn Ailgéabar modhanna críochta chun an éigríoch a bhainistiú."<br><br>**Is féidir athróga a úsáid ar 4 bhealach dhifriúla:**<br><br>- Foirmle mar $A = l\ x\ b$ (líon éigríochta féidearthachtaí)<br>- Dlí/Céannacht mar an Dlí Cómhalartach, $x + y = y + x$ (do gach cás)<br>- Gaolmhaireacht/Riail $\{(x, y) \| y = 2x + 3, x \in R\}$<br>(Líon éigríochta pointí a shásaíonn an riail)<br>- Anaithnid cosúil le $2x = 6$<br>(uimhir amháin as tacar éigríochta féidearthachtaí)<br><br>Is féidir patrúin a úsáid chun gach dá bhfuil thuas a imscrúdú.<br><br>**Réiteach Fadhbanna:**<br>Is féidir úsáid athróige mar anaithnid a sheoladh isteach agus a imscrúdú trí réiteach fadhbanna.<br>Sampla:<br>Cé mhéad lá ar ghá do Sheán coigilt a dhéanamh le go gcnuasódh sé €45 do chluiche ríomhaire nua? | **Fadhb an Bhosca Airgid a shíneadh:**<br>Is féidir linn léiriú a thabhairt ar shuimiú téarmaí cosúla mar chuid de cheist réiteach fadhbanna fíorshaoil. Mar shampla: 2 bhall clainne a chuireann a bhfuil coigilte acu i dtoll a chéile chun consól ríomhaire a cheannach ar chostas €249<br><br>**Scileanna chun cothromóidí a réiteach:**<br>Tar éis úsáid a bhaint as Fadhb an Bhosca Airgid/Fadhb na Lusanna Gréine chun anaithnid a mhíniú i gcomhthéacs fadhb fhíorshaoil, déan é seo a shíneadh chun scileanna réiteach cothromóide a mhúineadh. Modheolaíocht: T&F ar chothromóidí, cobhsaitheoirí<br><br>**Fadhbanna Focal a Réiteach trí Ailgéabar a úsáid**: Taispeáin go gceadaíonn ailgéabar roghanna agus solúbthacht i réiteach fadhbanna. Cuir ar chumas scoláirí a fháil amach gur minic gurb é an t-ailgéabar an bealach is éifeachtaí chun fadhb a réiteach, go mór mór fadhbanna focal.<br><br>***Forbhreathnú ar thoradh foghlama theagasc an ailgéabair:***<br>*An cur chuige bunaithe ar ghaolmhaireacht i leith foghlaim an ailgéabair, ba chóir go mbeadh mar thoradh ar seo tuiscint dhoimhin ag scoláirí ar ailgéabar a éascaíonn gluaiseacht réidh idir scéal, tábla, graf agus cothromóid.*<br>*Ba chóir go mbeadh an léirthuiscint ag foghlaimeoirí freisin go luíonn cumhacht an ailgéabair sa chumas atá ann cur síos ar ghaolmhaireachtaí chun fadhbanna a réiteach.* | |
| | **Feidhmeanna**<br>Seol isteach na téarmaí ionchuir, aschuir, mapáil, fearann agus raon. Fadhb an Bhosca Airgid N → N, Ceist na Lusanna Gréine N → R | Imir an cluiche "Tomhais an Riail". | | - Cuir **Feidhmeanna** ar bhonn foirmiúil |

*1.05 Naisc Chiorcail*

*1.05 Naisc Chiorcail*





## *1.06 Plean do Naisc Chiorcail*

Léirítear ar an gcéad dá leathanach den doiciméid seo seicheamh teagaisc molta ina gcuirtear béim ar na naisc idir céimseata shintéiseach, céimseata chomhordanáideach (a dhéanann nasc idir ailgéabar agus céimseata shintéiseach) agus triantánacht, ag baint úsáide as an gciorcal mar théama aontaithe. Is féidir naisc eile fós a dhéanamh le huimhreacha coimpléacsúla e.g. méadú faoi $i$, modal uimhreach coimpléacsúla agus foirm pholach uimhreach coimpléascsúla, ach ní phléitear iad seo go sonrach sa doiciméad seo. Déantar mioniniúchadh ar gach céim den seicheamh sa chuid eile den doiciméad (leathanaigh X go Y).

### ***Cuid A***

1. Téarmaí agus sainmhínithe bainteach leis an gciorcal

2. Trasfhoirmithe an chiorcail

3. Faid agus achair bainteach leis an gciorcal, ar a n-áirítear ceisteanna mar:
(i) Cad a tharlaíonn don imlíne má dhúblaítear fad an gha?

(ii) Cad a tharlaíonn don achar má dhúblaítear fad an gha?

4. Tomhais uillinneacha sa chiorcal: céimeanna agus radiain

### ***Cuid B***

Nascann an chuid seo céimseata shintéiseach agus céimseata chomhordanáideach. D'ainneoin seo, ní dhéanann na scoláirí ach lár agus fad gatha an chiorcail a aimsiú i gCuid B agus ní dhíorthaíonn siad cothromóid an chiorcail go dtí Cuid C. Fágtar cothromóid an chiorcail, a d'fhéadfadh bheith nua i súile na scoláirí ag an bpointe seo, go dtí níos déanaí ionas go leagfaí béim ar na naisc le céimseata ar dtús. Níl ach céim an-ghairid ann ó bheith ar an eolas maidir le lár agus ga an chiorcail go dtí aimsiú a chothromóide. Is in aimsiú an láir agus an gha le cabhair leideanna áirithe a tharlaíonn an chuid is mó den mhachnamh. Cothromóid an chiorcail a dhíorthú, is sampla eile fós é seo de na scoláirí a bheith ábalta ar eolas nua a thógáil ar bhonn a seaneolais.

***Tá na <u>teoirimí agus na tógálacha atá bainteach leis an gciorcal</u> liostaithe thíos, agus níos faide ar aghaidh (ar leathanaigh X agus Y) tugtar breis sonraí maidir lena nascadh leis an bplána comhordanáideach. Is é atá beartaithe ná go ngluaisfeadh scoláirí go réidh idir an bplána neamh-chomhordanáideach agus an plána comhordanáideach agus iad ag fíorú torthaí céimseatúla trí mhodhanna ailgéabracha a úsáid. Mar shampla, d'fhéadfadh scoláirí tadhlaí do chiorcal a thógáil ag pointe ar phlána neamh-chomhordanáideach. D'fhéadfaí leanacht ar aghaidh uaidh seo chuig tadhlaí a thógáil ag pointe teagmhála tugtha ar an bplána comhordanáideach do chiorcal a bhfuil a lárphointe tugtha. Ag baint úsáide as modhanna ailgéabracha, déantar cothromóid an tadhlaí a aimsiú agus a bhreacadh, agus fíoraítear tógáil an tadhlaí ar an mbealach seo.***

**Nóta:** Samhlaítear go mbeadh liosta na dteoirimí agus na dtógálacha ar fáil do scoláirí chun déanamh na nasc a éascú.

**(1) Teoirim 19, Atoradh 5**

**Teoirim 19:** Tá an uillinn ag lár ciorcail a sheasann ar stua tugtha cothrom le dhá oiread na huillinne a sheasann ar an stua céanna ag pointe ar bith an chiorcail.

**Atoradh 5:** Más ceathairshleasán cioglach é ABCD, ansin is é 180° suim na n-uillinneacha urchomhaireacha, (agus a choinbhéarta sin).

**(2a) Teoirim 20, Tógáil 19 and Atoradh 6**

**Teoirim 20:** (i) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann go dtí an pointe tadhaill.

(ii) Má luíonn P ar an gciorcal $s$, agus má tá an líne $l$ trí $P$ ingearach leis an nga go $P$, ansin is tadhlaí é $l$ le $s$.

**Tógáil 19**: Tadhlaí le ciorcal tugtha ag pointe tugtha ar an gciorcal

**Atoradh 6:** Má tá líne thadhaill i gcomhpháirt ag dhá chiorcal ag pointe amháin, ansin tá an dá lárphointe agus an pointe sin comhlíneach.

**(2b) Teoirim 20, Tógáil 1 agus Tógáil 17**

**Teoirim 20**: (i) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann go dtí an pointe teagmhála .

(ii)Má luíonn $P$ ar an gciorcal $s$, agus má tá an líne $l$ trí $P$ ingearach leis an nga go $P$, ansin ís tadhlaí é $l$ le $s$.

**Tógáil 1**: Déroinnteoir uillinne tugtha, gan ach compás agus riailchiumhais a úsáid.

**Tógáil 17**: An t-ionlár agus an t-inchiorcal ag triantán tugtha, gan ach riailchiumhais agus compás a úsáid.

**(3) Tógálacha 2 & 16, Atorthaí 3 & 4 agus Teoirim 21**

**Togáil 2:** Déroinnteoir ingearach teascáin, gan ach compás agus riailchiumhais a úsáid.

**Tógáil 16:** An t-imlár agus an t-imchiorcal ag triantán tugtha, gan ach riailchiumhais agus compás a úsáid.

**Atoradh 3:** Is dronuillinn í gach uillinn i leathchiorcal.

**Atoradh 4:** Más dronuillinn í an uillinn atá ina seasamh ar chorda $[BC]$ ag pointe áirithe an chiorcail, ansin is trastomhas é $[BC]$.

**Teoirim 21:** (i) An t-ingear ón lárphointe go corda, déroinneann sé an corda.

(ii) Téann déroinnteoir ingearach corda tríd an lárphointe.

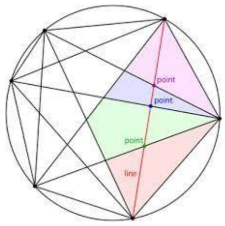
## ***Cuid C***

1. Cothromóid an chiorcail díortaithe ag scoláirí ag baint úsáide as réamheolas
2. Dhá cheann d’fhoirmeacha coibhéiseacha chothromóid an chiorcail

## ***Cuid D***

1. An ciorcal aonaid agus na feidhmeanna triantánachta do gach uillinn
2. Grafanna $f(x) = a + bsin(cx)$ agus $g(x) = a + bcos(cx)$

# *Cuid A*



## *Bunfhoclóir agus Sainmhínithe*

Ciorcal, ga, trantomhas, corda, tadhlaí, pointe teagmhála, imlíne, stua, leathchiorcal, diosca, teascóg, teascán, an uillinn ag lár ciorcail a sheasann ar stua nó ar chorda (an lár-uillinn), ceathrú ciorcail etc. (Nóta: Bainimid úsáid as an bhfocal 'ga' mar lipéad, ach nuair is mian linn tagairt d'fhad na líne ar a bhfuil an lipéad 'ga' bainimid úsáid as an bhfrás 'fad an gha'.)

De réir mar a ghnóthaítear eolas nua, beidh gá le foclóir nua, mar raidian, imchiorcal, inchiorcal etc.

| |
|---|
| **Gníomhaíocht: Tarsianna ar fhoclóir an chiorcail** (le fáil ar *www.projectmaths.ie* ).<br><br>De bhreis ar an ngnáthúsáid a bhaintear as tarsianna ( i.e. téarmaí agus sainmhínithe, nó téarmaí agus léaráidí, a mheaitseáil) d'fhéadfaí a iarraidh ar scoláirí téarmaí a mhíniú dá chéile. Agus iad ag obair i bpéirí, míníonn scoláire amháin an téarma agus tarraingíonn an scoláire eile sceitse de. Malartaíonn scoláirí a róil lena chéile. |

**Nasc:** *Nasctha i gcónaí leis an sainmhíniú*

## *Tógáil Ciorcail*

- Tóg ciorcal ar leathanach bán.

  Tóg ciorcal ar phlána comhordanáideach.

  Cad tá ag teastáil le go bhféadfá ciorcal uathúil a thógáil?

- Cad a athraíonn maidir le ciorcal má dhéantar é a aistriú, nó má imrítear siméadracht lárnach nó aiseach air, nó má rothlaítear é? Cad a fhanann mar an gcéanna?

  Is féidir na tascanna seo a chur i gcrích ar an bplána comhordanáideach i.e. má thugtar lár agus ga ciorcail, faigh an lár nua agus an ga nua faoin trasfhoirmiú tugtha.

## *Faid a bhaineann leis an gciorcal*

**Nasc:** *Réasúnaíocht chomhréireach*

Faid: fad an gha, fad an trastromhais, fad na himlíne, fad leathchiorcail, fad stua.

D'fhéadfadh scoláirí sonraí a bhailiú agus a ghrafadh d'fhad na himlíne C agus d'fhad an trastomhais *d* ag tacar ciorcal de mhéideanna difriúla. D'fhéadfaidís cur lena réamheolas ar ailgéabar agus ar anailís sonraí trína aithint go ndéanann na pointí $(C, d)$ líne dhíreach, beagnach, ionas go luíonn $C/d$ idir 3.1 agus 3.2—garmheastachán ar $\pi$.

***Nasc:*** *Tomhas, anailís sonraí, ráta athraithe, feidhmeanna líneacha*

*Measúnú & Réiteach Fadhbanna:* *ATAL 2013 C9 Páipéar 2 (An Arbelos)*

***Nasc:*** *Imlíne, patrúin & ginearálú*

## ***Achair a bhaineann leis an gciorcal***

***Nasc:*** *Réasúnaíocht Chomhréireach*

Achar diosca, achar teascóige, achar teascáin

*Measúnú & Réiteach Fadhbanna:* *ATGL 2014 C5 Páipéar 2 (achair teascóg, achair a dhíchóimeáil)*

***Nasc:*** *Achar triantáin*

*Measunú & Réiteach Fadhbanna* *ATAL 2013 C9 Páipéar 2 (An Arbelos)*

***Nasc:*** *Teoirim Phíotágarás, achar, forbairt patrún & ginearálú*

*Measúnú & RéiteachFadhbanna:* *ATAL 2014 C9 Páipéar 2 (Corráin)*

***Nasc:*** *Teoirim Phíotágarás*

## ***Uillinneacha i gciorcal (baineann roinn na raidian le ATAL)***

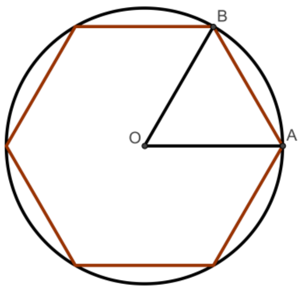
***Nasc:*** *Tógáil 18 (uillinn de 60 $^0$don ATGL agus don ATAL)*

***Nasc:*** *Mar shíneadh féideartha, heicseagán a thógáil i gciorcal*

Tomhas céimeanna agus tomhas raidian

- Tóg uillinn de $60^0$ i gciorcal

(Síneadh: Tóg uillinn de $30^0$ mar nasc le Tógáil 1: Déroinnteoir uillinne tugtha)




- Tóg heicseagán i gciorcal. (Tosaigh le líne a tharraingt agus marcáil pointe ar an líne le bheith mar lár an chiorcail.)
- Cé mhéad uillinn de 60 céim atá i gciorcal?
- Dá dtomhaisfeá fad ga *feadh an stua AB*, an mbeadh an uillinn ag an lár, urchomhaireach leis an bhfad ga, níos lú nó níos mó ná $60^0$? Tugtar 'raidian' ar an uillinn ag an lár urchomhaireach le stua atá ar comhfhad leis an nga.
- Cé mhéad fad ga atá in imlíne ciorcail?

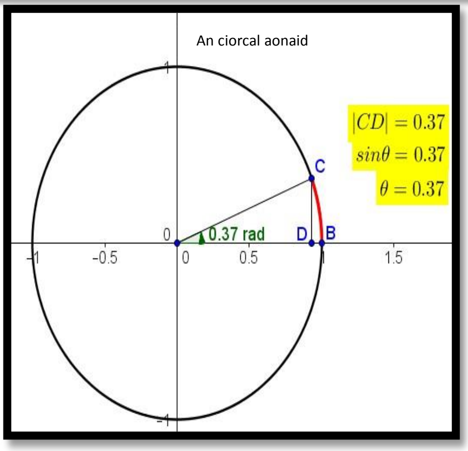
*Gníomhaíocht do scoláirí* le tacaíocht ó https://vine.co/v/MUqhTIOihrg (físeáin 6 shoicind)

*Plean Teagaisc & Foghlama ar raidiain:* *www.projectmaths.ie*

Comhfhreagraíonn gach fad ga, mar stua ciorcail, do uillinn uathúil ag an lár. Tugaimid **raidian** ar an uillinn seo. Féach go bhfuilimid anois ag tomhas uillinneacha i dtéarmaí fad, ar réaduimhreacha iad.

(**An rud is mealltaí maidir le tomhas raidian** ná an tslí a gcuireann sé ar ár gcumas úsáid a bhaint as tomhas líneach agus réaduimhreacha mar uillinneacha againn.)

***Nasc:*** *Teorainneacha: Is féidir le scoláirí a fheiceáil go hiomasach go bhfuil sin $\theta$ cothrom go neasach le $\theta$ i raidiain, nuair atá $\theta$ beag. Cabhróidh comhad GeoGebra, amhail an ceann thíos, le scoláirí é seo a shamhlú.*




- Iompaigh céimeanna go raidiain agus a mhalairt
- Faigh fad stua ag baint úsáide as tomhas raidian. Eascraíonn sé seo as sainmhíniú an raidiain.

***Nasc:*** *Nasc leis an modh chun fad stua a fháil, ag baint úsáide as céimeanna.*

- Díorthaigh an fhoirmle do achar teascóige, ag baint úsáide as tomhas raidian.

***Nasc:*** *Nasc leis an modh chun achar teascóige a fháil, ag baint úsáide as uillinneacha*

## *Cuid B*

### *(1) Teoirim 19 agus Atorthaí 2 agus 5 (ATAL agus TSAL)*

**Teoirim 19:** Tá an uillinn ag lár ciorcail a sheasann ar stua tugtha cothrom le dhá oiread na huillinne a sheasann ar an stua céanna ag pointe ar bith an chiorcail.

**Atoradh 2:** Is ionann na huillinneacha uile a sheasann ar an stua céanna ag pointí ciorcail.

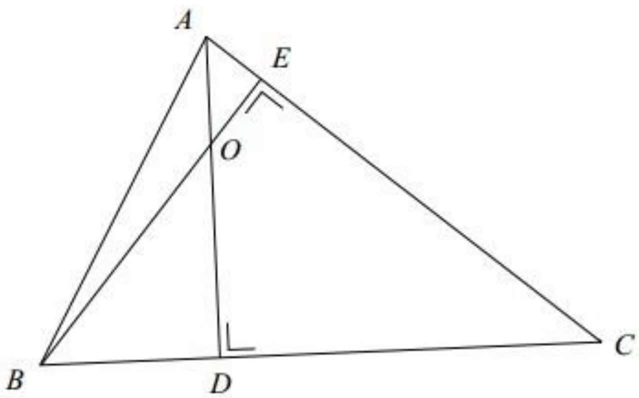
**Atoradh 5:** Más ceathairshleasán cioglach é $ABCD$, ansin is é 180° suim na n-uillinneacha urchomhaireacha.

*Gníomhaíocht do scoláirí: Tógáil, imscrúdú trí thomhas, úsáid a bhaint as bogábhar céimseatan dinimiciúla, cruthúnas)*

*Measúnú & Réiteach Fadhbanna: ATAL 2012 C6 (b) Páipéar 2 (Ceathairshleasán cioglach)*

**Ceist 6B**

Is triantán é *ABC.*
Is pointe é *D* ar *BC* ionas go bhfuil *AD* ingerarach le BC.
Is pointe é *E* ar *AC* ionas go bhfuil *BE* ingearach le *AC*.
Trasnaíonn *AD* agus *BE* a chéile ag *O*.
Cruthaigh $|\angle DOC| = |\angle DEC|$.




*Measúnú & Réiteach Fadhbanna:* Léiríonn *ATAL 2008 C1 (c) (ii) Páipéar 2* thíos ceann d'fheidhmiúcháin Theoirim 19.

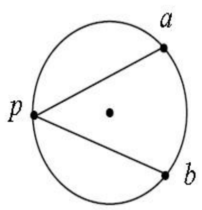
Má ghlactar leis, ag an gcéim seo den seicheamh, nár phléigh scoláirí go fóill le cothromóid an chiorcail, is féidir an cheist seo a leasú ionas nach lorgófaí ach lár agus ga an chiorcail do chuid (i)

Tá an nasc le Teoirim 19 i gcuid (ii).

Téann ciorcal trí na pointí *a*(8,5) agus *b*(9,-2).
Luíonn lár an chiorcail ar an líne 2*x* – 3*y* – 7 = 0.

(i) Faigh cothromóid an chiorcail.
(ii) Is pointe é *p* ar mhórstua *ab* an chiorcail.

Taispeáin $|\angle apb| = 45°$.



## *(2a) Teoirim 20 & Tógáil 19 agus Atoradh 6*

- Plé ar Thógáil 19 don tadhlaí le ciorcal ag pointe, déanta (i) ar phlána neamh-chomhordanáideach; agus (ii) ar phlána comhordanáideach, áit a bhfuil lár an chiorcail agus an pointe teagmhála tugtha.
- Is féidir cothromóid an tadhlaí a fháil trí mhodhanna ailgéabracha a úsáid. Is féidir an líne thadhaill seo a bhreacadh agus an tógáil a fhíorú ar an mbealach sin.

**Teoirim 20:** (i) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann go dtí an pointe teagmhála.

(ii)Má luíonn $P$ ar an gciorcal $s$, agus má tá an líne $l$ trí $P$ ingearach leis an nga go $P$, ansin is tadhlaí é $l$ le s.

*Síneadh: Déan nasc idir tógáil an tadhlaí agus tógáil dhéroinnteora ingearaigh na mírlíne*

**Tógáil 19:** Tadhlaí le ciorcal tugtha ag pointe tugtha air.

- **Ar an bplána comhordanáideach** tóg an tadhlaí le ciorcal ar lár dó (1,2) ag an bpointe (3,4) ar an gciorcal agus faigh cothromóid an tadhlaí

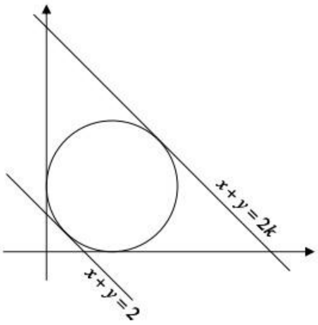
*Measúnú & Réiteach Fadhbanna:* *ATAL_ 2012 C3 Páipéar 2 (Tá modhanna éagsúla réitigh bailí)*

**Nótaí**

NASC: *Teoirim Phíotágarás, fánaí línte, tadhlaithe*

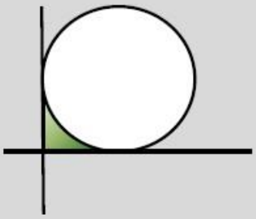
**Ceist 3** 25 Marc

Tá mar thadhaithe leis na gciorcal a thaispeántar sa léaráid an $x$-ais, an $y$-ais, an líne $x + y = 2$ agus an líne $x + y = 2k$, nuair $k›1$. Faigh luach $k$.

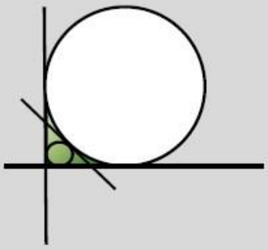



*__Measúnú & Réiteach Fadhbanna:__* *UL 2012 ceisteanna réiteach fadhbanna*

(a) Tá fad ga $r$ ag an gciorcal a thaispeántar thíos. Cad é achar an réigiúin scáthlínithe i dtéarmaí $r$.

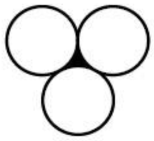


(b) Faigh cóimheas achair an dá chiorcal a thaispeántar thíos.

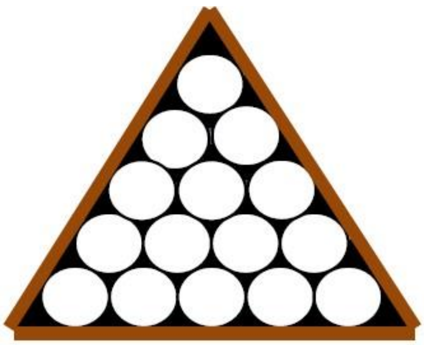


(c) Faigh cothromóid chomhthadhlaí an dá chiorcal, más é (4, 4) lárphointe an chiorcail mhóir.

(a) Sa léaráid thíos, is é $r$ ga gach ceann de na trí chiorcal. Faigh i dtéarmaí $r$ ga an réigiúin scáthlínithe idir na ciorcail.



(b) Is léiriú é an léaráid thíos ar 15 liathróid snúcair agus ga $r$ ag gach ceann díobh. Faigh i dtéarmaí $r$ achar an fhráma thriantánaigh a choinníonn na liathróidí ina n-áit.



Is é an t-achar a ndéantar tagairt dó ná achar inmheánach an fhráma thriantánaigh ina bhfuil na liathróidí snúcair.

**Atoradh 6**: Má tá líne thadhaill i gcomhpháirt ag dhá chiorcal ag pointe amháin, ansin tá an dá lár agus an pointe sin comhlíneach.

- Cén gaol atá idir $r_1$ agus $r_2$ nuair a theagmhaíonn na ciorcail lena chéile go seachtrach/go hinmheánach?

**Ar an bplána comhordanáideach:**

- o Cruthaigh go dteagmhaíonn dhá chiorcal lena chéile go seachtrach/go hinmheánach má thugtar an dá lár agus an dá gha.
- o Cruthaigh nach dtrasnaíonn dhá chiorcal a chéile, má thugtar an dá lár agus an dá gha.
- o Má tá an pointe comhpháirteach agus an dá lár ar eolas againn, faigh cothromóid an chomhthadhlaí.
- o Má tá na láir agus cóimheas faid na ngathanna ar eolas againn (má theagmhaíonn siad lena chéile go seachtrach),faigh an pointe teagmhála agus cothromóid an chomhthadhlaí.
- o Ach an lár agus cothromóid an tadhlaí leis an gciorcal a bheith tugtha, faigh ga an chiorcail. (Fad Ingearach ).

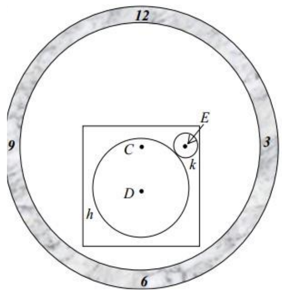
*Measúnú & Réiteach Fadhbanna: Ach na láir agus gathanna an dá chiorcal i dteagmháil lena chéile go seachtrach a bheith tugtha, faigh pointe teagmhála an dá chiorcal.*

***Nasc:*** *Réasúnaíocht chomhréireach (e.g. ATAL 2014 C4 Páipéar 2): Ach láir na gciorcal agus faid na ngathanna a bheith ar eolas, faigh comhordanáidí an phointe teagmhála, gan úsáid a bhaint as foirmle.)*

*Measúnú & Réiteach Fadhbanna: Ceisteanna a léiríonn Atoradh 6 á úsáid ar an bplána comhordanáideach.*

*ATAL 2014 C9 (a) (ii)*

Léirítear sa léaráid aghaidh chiorclach cloig, gan na snáthaidí a thaispeáint. Tá an chuid chearnógach den aghaid déanta as gloine ionas gur féidir an mheicníocht a fheiceáil. Taispeántar dhá roth fhiaclacha, $h$ agus $k$, atá i dteagmháil lena chéile go seachtrach. Is é $C$ lárphointe aghaidh an chloig. Is é an pointe $D$ lárphointe an rotha fhiaclaigh is mó, $h$, agus is é an pointe $E$ lárphointe an rotha fhiaclaigh is lú, $k$.

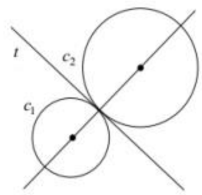



(i) I gcomhordanáidí oiriúnacha, is í cothromóid an chiorcail $h$ ná $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 19 = 0$. Faigh ga $h$, agus comhordanáidí a láir, $D$
(ii) Tá comhordanáidí (3,2) ag an bpointe $E$. Faigh ga an chiorcail $k$.

2013 ATAL Ceist 4

Faigh comhordanáidí phointe teagmhála agus cothroóid an tadhlaí don dá chiorcal.

**Ceist 4**
Tá na ciorcail $c_1$ agus $c_2$ i dteagmháil go seachtrach, mar a léirítear.




Comhlánaigh an tábla a leanas.

| Ciorcal | Lárphointe | Ga | Cothromóid |
|---|---|---|---|
| $c_1$ | (- 3, - 2) | 2 | |
| $c_2$ | | | $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ |

(i) Faigh comhordanáidí phointe teagmhála $c_1$ agus $c_2$.

(ii) Ag éirí as seo, nó ar mhodh eile, faigh cothromóid an tadhlaí, $t$, atá i gcomhpháirt ag $c_1$ agus $c_2$.

## ***(2b) Tógáil 17 (inchiorcal) ag baint úsáide as Teoirim 20 agus Togáil 1***

**Teoirim 20:**
(i) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann go dtí an pointe teagmhála.
(ii) Má luíonn $P$ ar an gciorcal $s$, agus má tá líne $l$ trí $P$ ingearach leis an nga go $P$, ansin is tadhlaí é $l$ le $s$.

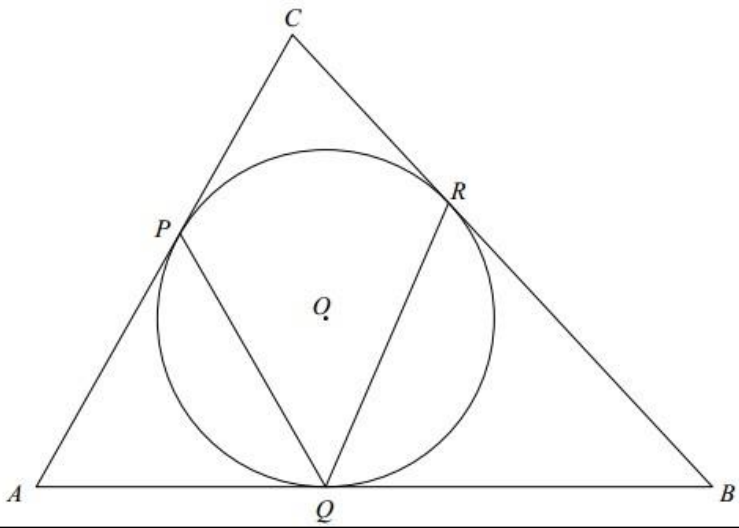
**Tógáil 1:** Déroinnteoir uillinne tugtha, gan ach compás agus riailchiumhais a úsáid.

**Tógáil 17:** Ionlár agus inchiorcal triantáin thugtha, gan ach riailchiumhais agus compás a úsáid.

- Tarraing sceitse d'inchiorcal triantáin; ní mór don chiorcal teagmháil le trí shlios an triantáin.
- Cad a thugann an focal "teagmháil" le fios mar gheall ar an ngaol idir sleasa an triantáin agus an ciorcal?
- Cén gaol atá idir sleasa an triantáin agus trí gha an inchiorcail ag na pointí teagmhála?
- I bhfianaise shainmhíniú ciorcail, déan cur síos ar na faid idir lár an inchiorcail agus sleasa an triantáin ag an bpointe teagmhála.
- Cén tógáil a cheadóidh duit lár an inchiorcail a fháil?
- Cén t-eolas a thugann déroinnteoir uillinne dúinn mar gheall ar na pointí ar an déroinnteoir uillinne?
- Tóg déroinnteoirí na n-uillinneacha uile i dtriantán.
- Cad a thugann tú faoi deara mar gheall ar na déroinnteoirí uillinne uile?
- Tóg inchiorcal an triantáin.
- Tóg na hinchiorcail i dtriantáin éagsúla.

*<u>Measúnú & Réiteach Fadhbanna:</u> ATAL 2012 C6B Páipéar 2 (cuimsíonn Teoirim 20, Atoradh 5, Teoirim 19, airíonna déroinnteoir uillinne)*

**Ceist 6B**
Is é $O$ lárphointe inchiorcal an triantáin $ABC$ a theagmhaíonn leis na sleasa ag $P$, $Q$ agus $R$, mar a thaispeántar.
Cruthaigh $|\angle PQR| = \frac{1}{2}(|\angle CAB| + |\angle CBA|)$.




D'fhéadfaí an cheist seo (nó tógáil inchiorcail) a aistriú go plána comhordanáideach.

***(3) Tógáil 2, Tógáil 16, Atorthaí 3 agus 4 agus Teoirim 21***

- Cé mhéad ciorcal is féidir a tharraingt trí phointe amháin?
  Cá mhéad ciorcal is féidir a tharraingt trí dhá phointe? Cén srian a chuireann dhá phointe ort?

***Nasc:*** *Ba chóir go bhfeicfeadh scoláirí (toisc go gcaithfidh an dá phointe tugtha a bheith ar comhfhad ó phointe amháin i.e. lár an chiorcail) go léireoidh tógáil déroinnteora ingearaigh mírlíne lócas na bpointí uile atá ar comhfhad ó dhá phointe.*

- Cé mhéad ciorcal is féidir a tharraingt trí trí phointe neamh-chomhlíneacha? A féidir leat tógáil ar an toradh a fuarthas cheana? Déan an tógáil.
- Arbh fhéidir leat níos mó ná ciorcal amháin a tharraingt trí na trí phointe sin?
- Cé mhéad pointe a shainmhíníonn ciorcal sainiúil?
- Nasc na trí phointe le chéile chun triantán a chumadh.
- Tarraing déroinnteoir ingearach tríú slios an triantáin a tógadh. Cad a thugann tú faoi deara? (Téann na trí déroinnteoirí ingearacha trí phointe amháin i.e. tá siad comhchumarach. Foclóir nua: *Comhchumarach*)
- Trí thagairt do liosta na dtógálacha, sainaithin an tógáil atá déanta agat.
  (Le linn na gníomhaíochta thuas, rinne na scoláirí **Tógáil 16**: Ionlár agus inchiorcal triantáin tugtha, gan ach compás agus riailchiumhais a úsáid. Iarr ar scoláirí an t-imchiorcal, an t-imlár agus an t-imgha a lipéadú ar a dtógalacha.)
- Is cordaí ag an imchiorcal iad sleasa an triantáin. Cad a thugann tú faoi deara mar gheall ar an ngaol idir cordaí an chiorcail seo, déroinnteoirí ingearacha na gcordaí agus lár an chiorcail?
- Trí thagairt do liosta na dteoirimí, an féidir leat teoirim atá bainteach le do thógáil a shainaithint?
  (Anois feiceann scoláirí sampla de**<u>Theoirim 21</u>**: (1) An t-ingear ó lár an chiorcail go corda, déroinneann sé an corda. (2) Téann déroinnteoir ingearach corda tríd an lár. )
- Tóg an t-imchiorcal do chineálacha difriúla triantán. Comhlíon na dtógálacha le pointí tugtha **ar an bplána comhordanáideach** agus, ag baint úsáide as ailgéabar, <u>fíoraigh comhordanáidí an imláir agus fad an imgha</u>.
  Samplaí de thriantáin le comhordanáidí slánuimhreacha:
  (1) An triantán leis na reanna H(-1,-3), I(5,9) agus J(11,1) Géar
  (2) An triantán leis na reanna D(1,6), E(10,3) agus F(2,3) Maol
  (3) An triantán leis na reanna A(1,3), B(7,5) agus C(9,-1) Dronuilleach
  [Cuireann grúpaí éagsúla scoláirí a gcuid oibre I láthair (le cabhair amharcléiritheora, b'fhéidir) agus sainaithnítear patrúin .]
  - Fíoraigh Atorthaí 3 & 4 **ar an bplána comhordanáideach,** ag baint úsáide as fánaí agus/nó faid leis an dtriantán ABC. [**Atoradh 3**: Is dronuillinn í gach uillinn i leathchiorcal. **Atoradh 4**: Más dronuillinn í an uillinn atá ina seasamh ar chorda $[BC]$ ag pointe áirithe ar chiorcal, ansin is trastomhas é $[BC]$.]
- Ach dhá phointe ar chiorcal, $(8,5)$ agus $(9,-2)$, agus cothromóid na líne $2x-3y-7=0$ trí lár ciorcail a bheith tugtha, faigh lár agus ga an chiorcail.

*<u>Measúnú & Réiteach Fadhbanna:</u> ATAL 2013,C9 (d) (An Arbelos agus ceathairshleasáin chioglacha)*
*<u>Measúnú & Réiteach Fadhbanna: Ceisteanna Cheardlann 6</u>*

## ***Cuid C***

### ***Cothromóid ciorcail***

Ba chóir go dtuigfeadh scoláirí go bhfuil díorthú na foirmle do chothromóid ciorcail bunaithe ar Theoirim Phíotágarás.

Má tá taithí ag scoláirí ar dhíorthú **na foirmle don fhad idir dhá phointe,** ansin feicfidh siad nach bhfuil i gcothromóid an chiorcail ach insint ar Theoirim Phíotágaras.

D'fhéadfaimis tosú le ciorcal ar lár dó (0,0), mar a léirítear thíos, nó d'fhéadfaimis tosú le ciorcal nár lár dó (0,0) agus a thaispeáint gur sampla ar leith d'fhoirmle ciorcail ar lár dó *(h,k)* í foirmle ciorcail ar lár dó(0,0).

**Nóta :** Chun cothromóid an chiorcail a dhíorthú, b'fhéidir le duine tosú le ciorcal ar lár dó (0,0) ag dul trí phointe ar leith agus ansin ginearálú chun cothromóid ciorcail ar lár dó (h,k) agus ag dul tríd an bpointe *(x, y)*. Tosaíonn an seicheamh a leanas (i) go (iv) le ciorcal nach lár dó(0,0) , agus i bpáirt (iii) díorthaímid cothromóid ciorcail ar lár dó (h,k) agus ag dul tríd an bpointe (x,y).

Ansin taispeánaimid gur cás speisialta í foirmle an chiorcail ar lár dó (0,0) ag dul tríd an bpointe (x,y), nuair (h,k)=(0,0). Cabhraíonn an dá chur chuige le scoláirí teacht ar thuiscint ar fhoirmle chothromóid an chiorcail.

### ***Páirt (i): Ciorcal ar lár dó O(1,2) agus a chuimsíonn an pointe* A(5,7)** *(Tosaigh le ciorcal sainithe)*

- Tóg mírlíne ó A(5,7) go B(5,2) agus mírlíne ó O(1,2) go B(5,2).
- Comhlánaigh an triantán dronuilleach, trí úsáid a bhaint as an mírlíne (1,2) go (5,7) mar thaobhagán, ar fad dó $r$, an triantáin,
- Breac isteach faid dhá shlios eile an triantáin dhronuilligh.
- Scríobh síos Teoirim Phíotágarás don triantán seo agus bain úsáid aisti chun fad an gha *r* a fháil.
- Faigh an fad $r$ ó (1,2) go (5,7), ag baint úsáide as foirmle an fhaid, agus cuir i gcomparáid é leis an toradh atá ar Theoirim Phíotágarás a úsáid.

### ***Páirt (ii): Ag baint úsáide as pointe ginearálta (x,y) ar chiorcal ar bith ar lár dó (1, 2)***

- Tóg ciorcal ar lár dó O(1,2) agus a théann tríd an bpointe A(x,y).
- Tóg mírlínte ó A(x,y) go B(x,2) agus ó O(1,2) go B(x,2).
- Tóg triantán dronuilleach, ag baint úsáide as mírlíne ó(1,2) go (x,y) mar thaobhagán, ar fad dó $r$, an triantáin.
- Breac isteach faid dhá shlios eile an triantáin dhronuilligh i dtéarmaí $x$ agus $y$.
- Scríobh síos Teoirim Phíotágarás don triantán seo agus bain úsáid aisti chun fad an gha *r* a fháil
- Faigh an fad $r$ ó (1,2) go (x,y), ag baint úsáide as foirmle an fhaid, agus cuir i gcomparáid é leis an gcothromóid do $r$ ag baint úsáide as Teoirim Phíotágarás.

***Páirt (iii):Ciorcal ar lár dó pointe ar bith O(h,k) agus go bhfuil pointe ar bith A(x,y) ar a imlíne***

- Tóg ciorcal ar lár dó O(h,k) agus ag dul tríd an bpointe A(x,y).
- Tóg mírlínte ó $A(x, y)$ go $B(x, k)$ agus ó $O(h, k)$ go $B(x, k)$.
- Tóg triantán dronuilleach ag baint úsáide as mírlíne ó (h,k) go (x,y) mar thaobhagán, ar fad dó r an triantáin.
- Breac isteach faid dhá shlios eile an triantáin dhronuilligh I dtéarmaí $x,\ y,\ h$ and $k$.
- Scríobh síos Teoirim Phíotágarás don triantán seo agus bain úsáid aisti chun fad an gha *r* a fháil.
- Faigh an fad $r$ ó (x,y) go (h,k)ag baint úsáide as foirmle an fhaid agus cuir i gcomparáid é leis an toradh atá ar Theoirim Phíotágarás a úsáid.
- An bhfuil an chothromóid seo fíor do gach ciorcal? (Téigh ar ais go sainmhíniú an chiorcail.)

***Páirt (iv): Ag léiriú gur sampla speisialta í cothromóid ciorcail ar lár dó(0,0) agus ar fad ga dó r, de chothromóid ciorcail ar lár dó (h,k) agus ar fad ga dó r.***

Ag glacadh le $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$mar chothromóid ciorcail, cad í cothromóid ciorcail ar lár dó (0,0) agus ar fad ga dó $r$?

**Cur i bhfeidhm:**

- Bain úsáid as foirmle chothromóid an chiorcail chun cothromóidí ciorcal le láir éagsúla agus le gathanna éagsúla a fháil.
- Scríobh síos cothromóidí ciorcal agus ansin faigh a láir agus a ngathanna.
- Bain feidhm as dhá mhodh chun a sheiceáil cé acu a luíonn pointe ar chiorcal, laistigh de chiorcal nó lasmuigh de chiorcal. Déan compáraid idir an dá mhodh.
- I gcás ciorcail ar ga dó an uimhir is mó i dtriarach Píotágarásach, bain úsáid as an triarach Píotágarásach seo chun 12 phointe ar an gciorcal le luachanna slánuimhreacha a fháil.

## ***Foirmeacha coibhéiseacha chothromóid an chiorcail***

- Más é $x^2 + y^2 = r^2$ cothromóid ciorcail ar ga dó $(0,0)$, ansin is foirm choibhéiseach de chothromóid an chiorcail sin $mx^2 + my^2 = mr^2$ ,$m \epsilon R$,. Féachfaimid ar fhoirmeacha coibhéiseacha eile cothromóid ciorcail.
- Fairsingigh cothromóid an chiorcail a thugtar sa bhfoirm $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ agus taispeáin go bhfuil an fhoirm fhairsingthe coibhéiseach le $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.
- Mínigh cad as a dtagann $c$ agus conas is féidir é a úsáid chun $r$ a fháil. Mínigh an gaol idir $h, k, g$ and $f$ trí chomhéifeachtaí a chur i gcomparáid. Má thugtar an ciorcal ag a bhfuil an chothromóid sa bhfoirm $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, conas is féidir lár agus ga an chiorcail a fháil?
- Ag tosú leis an bhfoirm $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ de chothromóid an chiorcail, déan cleachtadh ar an gcur chuige chun an chearnóg a chomhlánú ionas go scríobhfaí cothromóid an chiorcail sa bhfoirm $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$.
- An chothromóid $mx^2 + my^2 + 2gmx + 2fmy + mc = 0$, $m \epsilon R$, is foirm choibhéiseach í seo de $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.

  Má thugtar $mx^2 + my^2 + 2gmx + 2fmy + mc = 0$, conas is féidir lár agus ga an chiorcail a fháil?
- Má thugtar foirm amháin de chothromóid an chiorcail, pé acu $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ nó $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ í, díorthaigh an fhoirm choibhéiseach eile.

## ***Tuilleadh oibre le dhá fhoirm cothromóid ciorcail***

- Conas a aithníonn tú cothromóid ciorcail? Cén t-ord a mbaineann cothromóid ciorcail leis? An bhfuil téarma $xy$ aici? Déan comparáid idir na comhéifeachtaí ag na téarmaí $x^2$ and $y^2$ i gcothromóid an chiorcail.
- An cothromóidí ciorcal iad na cothromóidí a leanas:

  $3x^2 + y^2 = 9$ ?    $x^2 + (y+5)^2 = 1$ ? Mínigh do fhreagraí.
- Cén cineál ciorcail nach féidir leis dul tríd an mbunphointe? (Ciorcal ar lár dó $(0,0)$.)
- Má thugtar cothromóid ciorcail mar $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, conas a bheadh a fhios agat an dtéann an ciorcal tríd an mbunphointe?
- Scríobh síos do chothromóidí ciorcail féin (sa dá fhoirm choibhéiseacha) agus ansin faigh láir agus gathanna na gciorcal seo. Oibrigh droim ar ais chun do fhreagraí a fhíorú. Fíoraigh le GeoGebra freisin.
- Conas is féidir linn cothromóid ciorcail a fháil ar dhá mhodh dhifriúla, má thugtar 3 phointe ar an gciorcal?
- Cad í cothromóid ciorcail ar lár dó $(h,k)$ agus ar ga dó $r$, má tá a lár ar an $x$–ais?
- Cad í cothromóid ciorcail ar lár dó $(h,k)$ agus ar ga dó $r$, má tá a lár ar an $y$–ais?
- Cad í cothromóid ciorcail a theagmhaíonn leis an $x$-ais?
- Cad í cothromóid ciorcail a theagmhaíonn leis an $y$-ais?
- Cad í cothromóid ciorcail a theagmhaíonn leis an $x$- ais agus an $y$-ais araon?

*<u>Measúnú & Réiteach Fadhbanna:</u> Páipéar Samplach 2014, Páipéar 2, C4.*

*<u>Measúnú & Réiteach Fadhbanna:</u> 2011 C5, Páipéar 2 (trasnú línte agus ciorcal).*
*(Trasnú línte agus ciorcal: Den chéad uair, tig le scoláirí foghlaim mar gheall ar réiteach idir cothromóid chearnach agus cothromóid líneach i gcomhthéacs chéimseata chomhordanáideach an chiorcail. Is deis í seo chun scileanna croílárnacha in ailgéabar a athbhreithniú. Ach an cur chuige chun an pointe trasnaithe idir líne agus ciorcal a fháil a bheith foghlamtha, is féidir le scoláirí dul ar aghaidh gan dua chun teacht ar an bpointe trasnaithe idir líne agus cruthanna eile, a ndéantar cur síos orthu ag cothromóidí de ord 2.)*

*<u>Measúnú & Réiteach Fadhbanna:</u> Bain úsáid as níos mó ná bealach amháin agus faigh fad an chorda a ghearrtar den líne $x + y - 5 = 0$ ag an gciorcal $x^2 + y^2 = 13$*

## *Cuid D*

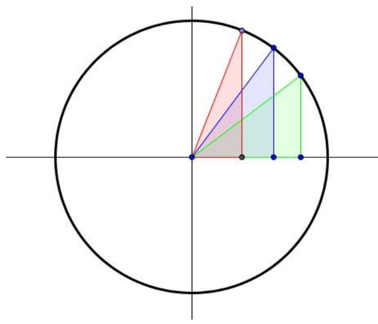
### *An ciorcal aonaid agus na feidhmeanna triantánúla*

- Ar an bplána comhordanáideach, tóg ciorcal ar lár dó $(0,0)$ agus ar ga dó 1.
  *Tugtar **an ciorcal aonaid** ar seo, toisc gurb é $(0,0)$ a lár agus go bhfuil ga cothrom le 1 aonad aige.*
- Ainmnigh 4 phointe a bhfuil comhordanáidí slánuimhreacha acu ar an gciorcal aonaid.
- Roghnaigh pointe ar bith le comhordanáidí ($x, y$) ar an gciorcal aonaid sa chéad cheathrú ciorcail. Tarraing isteach an ga ó $(0,0)$ go ($x, y$).
- Tarraing mírlíne ó ($x, y$) go $(x, 0)$. Tarraing mírlíne ó $(0,0)$ go $(x, 0)$.
  *Comhlánaíonn sé seo an triantán dronuilleach ag a bhfuil na reanna* $(0,0)$, $(x, 0)$ agus ($x, y$).
- Scríobh síos Teoirim Phíotágarás don triantán dronuilleach seo.
  Nó de rogha ar sin, bain úsáid as foirmle an fhaid chun an fad ó $(0,0)$ go $(x, y)$ a fháil. Athscríobh an chothromóid gan fréamhacha cearnacha.

$$x^2 + y^2 = 1$$

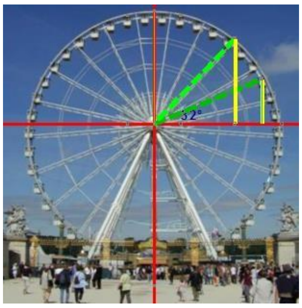
- Marcáil isteach an uillinn $\theta$ sa suíomh caighdeánach sa triantán atá tarraingthe sa chéad cheathrú ciorcail.
- Scríobh síos an gaol idir $\sin\theta$ agus $y$-chomhordanáid an phointe ag a dtrasnaíonn ga teirminéalach na huillinne $\theta$ an ciorcal aonaid. ($y = sin\theta$)
- Scríobh sios an gaol idir $\cos\theta$ agus $x$-chomhordanáid an phointe ag a dtrasnaíonn gathán teirminéalach na huillinne an ciorcal aonaid. $(x = cos\theta)$

Go bhfuil x=$cos\partial, y = sin\partial$ fíor do luachanna uile $\theta$ sa chiorcal aonaid, cuireann sé seo ar ár gcumas úsáid na gcóimheas triantánúil a fhorleathnú agus dul i ngleic le feidhmeanna triantánúla a léirshamhlaíonn feiniméin an ghnáthshaoil a thárlaíonn ina dtimthriallta.
(Foghlamaíodh mar gheall ar chóimheasa triantánúla sa Teastas Sóisearach ach i dtaca le huillinneacha idir 0° and 90° amháin.)



Tarlaíonn triantáin i gciorcail.
Nascann ciorcail le timthriallta.
Is féidir feidhmeanna triánúla a úsáid chun feiniméin ghnáthshaoil, a tharlaíonn I dtimthriallta, a léirshamhlú.

- Cruthaigh go bhfuil $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$.



Ag baint úsáide duit as gluaiseacht pointe ar roth Ferris mar analóg ón ngnáthshaol, tabhair cuntas ar conas a athraíonn $sin\theta$ agus $cos\theta$ agus an pointe ag gluaiseacht timpeall ar an roth ó $(1,0)$ agus ar ais go $(1,0)$. Táimid ag féachaint ar chomhathrú anseo. Cad a tharlaíonn do shíneas (nó do chomhshíneas) na huillinne le linn an rothlaithe thart ar an ngreille chomhordanáideach? Is ceann d'fheidhmeanna an uillinn rothlaithe é luach sínis (nó comhshínis) na huillinne. Uaireanta tagraímid do na feidhmeanna triantánúla seo mar fheidhmeanna ciorclacha toisc gur féidir iad a shainmhiniú ach an ciorcal aonaid a úsáid.

Breac grafanna $f(x) = \sin(x)$ agus $g(x) = \cos(x)$ , agus déan comparáid eatarthu. Breac grafanna $f(x) = a + bsin(cx)$. Gaolaigh $a$ agus $b$ ar ais go dtí an ciorcal.

**Nótaí ar Naisc an Chiorcail:**

## *1.07 Teoirimí agus Atorthaí*

1. Uillinneacha atá urchomhaireach go hingearach, tá siad ar cóimhéid.
2. I dtriantán comhchosach, tá na huillinneacha atá urchomhaireach leis na sleasa cothroma ar cóimhéid, (agus a choinbhéarta sin).
3. Má dhéanann trasnaí uillinneacha cothroma ailtéarnacha ar dhá líne, ansin tá na línte comhthreomhar, (agus a choinbhéarta sin).
4. 4. Is é $180°$ suim na n-uillinneacha i dtriantán.
5. I gcás trasnaí ar bith, tá dhá líne comhthreomhar má tá na huillinneacha comhfhreagracha cothrom, agus sa chás sin amháin.
6. Tá gach uillinn sheachtrach ag triantán cothrom le suim na n-uillinneacha urchomhaireacha inmheánacha.
7. Tá an uillinn atá urchomhaireach leis an slios is mó de dhá shlios, níos mó ná an uillinn atá urchomhaireach leis an slios is lú (agus a choinbhéarta sin).
8. Tá dhá shlios triantáin le chéile níos mó ná an tríú slios.
9. I gcomhthreomharán, tá sleasa urchomhaireacha cothrom, agus tá uillinneacha urchomhaireacha cothrom, (agus a gcoinbhéartaí sin).

   **Atoradh 1:** Roinneann trasnán comhthreomharán ina dhá thriantán iomchuí.
10. Déroinneann trasnáin comhthreomharáin a chéile.
11. Má ghearrann trí líne comhthreomhara mírlínte cothroma ar líne thrasnaí ar bith, ansin gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar aon trasnaí eile.
12. Bíodh $\Delta ABC$ mar thriantán. Má tá líne $l$ comhthreomhar le $BC$ agus má ghearrann sí $[AB]$ i gcóimheas $s:t$, ansin gearrann sí $[AC]$ freisin sa chóimheas céanna, (agus a choinbhéarta sin).
13. Má tá dhá thriantán $\Delta ABC$ agus $\Delta A'B'C'$ comhchosúil, ansin tá a sleasa comhréireach, in ord, (agus a choinbhéarta sin).
14. I dtriantán dronuilleach, tá an chearnóg ar an taobhagán ionann le suim na gcearnóg ar an dá shlios eile.
15. Más tá an chearnóg ar shlios amháin triantáin ionann le suim na gcearnóg ar an dá shlios eile, ansin is dronuillinn í an uillinn urchomhaireach leis an gcéad slios.
16. I gcás triantáin, tá 'bonn faoi airde' neamhspleách ar an mbonn a roghnaítear.
17. Déroinneann trasnán comhthreomharáin a achar.
18. Is ionann bonn faoi airde agus achar comhthreomharáin.
19. Tá an uillinn ag lár ciorcail a sheasann ar stua tugtha cothrom le dhá oiread na huillinne a sheasann ar an stua céanna ag pointe ar bith an chiorcail.

   **Atoradh 2:** Is ionann na huillinneacha uile a sheasann ar an stua céanna ag pointí ciorcail (agus a choinbhéarta sin).

   **Atoradh 3:** Is dronuillinn í gach uillinn i leathchiorcal.

   **Atoradh 4:** Más dronuillinn í an uillinn atá ina seasamh ar chorda $[BC]$ ag pointe áirithe an chiorcail, ansin is trastomhas é $[BC]$.

   **Atoradh 5:** Más ceathairshleasán cioglach é $ABCD$, ansin is é 180° suim na n-uillinneacha urchomhaireacha.

   20 (i) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann go dtí an pointe teagmhála .

   (ii)Má luíonn $P$ ar an gciorcal $s$, agus má tá an líne $l$ trí $P$ ingearach leis an nga go $P$, ansin is tadhlaí é $l$ le $s$.

   **Atoradh 6:** Má tá líne thadhaill i gcomhpháirt ag dhá chiorcal ag pointe amháin, ansin tá an dá lárphointe agus an pointe sin comhlíneach.

   21 (i) An t-ingear ón lárphointe go corda, déroinneann sé an corda.

   (ii) Téann déroinnteoir ingearach corda tríd an lárphointe.

## *1.08 Tógálacha*

1. Déroinnteoir uillinne tugtha, gan ach compás agus riailchiumhais a úsáid.
2. Déroinnteoir ingearach teascáin, gan ach compás agus riailchiumhais a úsáid.
3. Líne ingearach le líne tugtha $l$, ag dul trí phointe tugtha nach bhfuil ar $l$.
4. Líne ingearach le líne tugtha $l$, ag dul trí phointe tugtha ar $l$.
5. Líne comhthreomhar le líne tugtha, trí phointe tugtha.
6. Mírlíne a roinnt i $2, 3$ mhírlíne chothroma, gan tomhas a dhéanamh.
7. Mírlíne a roinnt i líon ar bith mírlínte cothroma, gan tomhas a dhéanamh.
8. Mírlíne d'fhad tugtha ar ghathán tugtha.
9. Uillinn de líon tugtha céimeanna le gathán tugtha mar ghéag amháin.
10. Triantán le trí shlios d'fhaid thugtha.
11. Triantán, ach sonraí $SAS$ a bheith tugtha.
12. Triantán, ach sonraí $ASA$ a bheith tugtha.
13. Triantán dronuilleach, ach faid an taobhagáin agus sleasa amháin eile a bheith tugtha.
14. Triantán dronuilleach, ach slios amháin agus ceann de na géaruillinneacha a bheith tugtha (samplaí éagsúla).
15. Dronuilleog, ach faid na sleasa a bheith tugtha.
16. An t-imlár agus an t-imchiorcal ag triantán tugtha, gan ach riailchiumhais agus compás a úsáid.
17. An t-ionlár agus an t-inchiorcal ag triantán tugtha, gan ach riailchiumhais agus compás a úsáid.
18. Uillinn de $60°$, gan uillinntomhas ná dronbhacart a úsáid.
19. Tadhlaí le ciorcal tugtha ag pointe tugtha ar an gciorcal.
20. Comhthreomharán, ach faid na sleasa agus tomhais na n-uillinneacha a bheith tugtha.
21. Meánlár triantáin.
22. Ingearlár triantáin.

| *Spriocanna Croílárnacha* | *Céimeanna le comhlánú* |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

**Nótaí:**

**Nótaí:**

**Nótaí:**

**<u>Nótaí:</u>**